إعداد الأستاذ: وائل محمد
الذخيرة في الرياضيات

س١) أوجد قيمة التكاملات الآتية:

١) $\int$ جا٢س (لو$_{هـ}$ جاس)^{٢} دس

٢) $\int \frac{٣ \text{ دس}}{\sqrt{٣س^{٤}+٤س+٣}}$

٣) $\int \frac{١ \text{ دس}}{(٢جاس+جتاس)}$

٤) $\int$ جا٢س (جاس+٥)^{٢} دس

٥) $\int_{١}^{\frac{٣}{٢}+١} \frac{\text{دس}}{\sqrt{١-(س-١)^{٢}}}$

٦) $\int_{١}^{٣} \frac{\text{جتا}(\frac{\pi}{س})}{س^{٢}}$ دس

٧) $\int_{\pi-١}^{\pi+١}$ تا^{٢} $(\frac{١}{٤}س-\frac{١}{٤})$ دس

٨) $\int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{\pi}{٤}} \frac{\text{دس}}{\text{ظاس}+\text{جتاس}}$

٩) $\int$ جا^{٢} ٢س جتا^{٣}س دس

١٠) $\int_{١}^{٢} \frac{\sqrt{هـ^{٢س}+٢هـ^{س}+١} \text{ دس}}{هـ^{س}-١}$

١١) $\int$ قا^{٢}س (لو$_{هـ}$ جاس - لو$_{هـ}$ جتاس) دس

١٢) $\int \frac{س \text{ دس}}{١+\text{جاس ظاس}}$

س٢) (P) - تحركت نقطة مادية بحيث أن سرعتها في اللحظة ن هي

ع(ن) = $\frac{١}{٢ن^{٢}+٣ن+١}$ جد المسافة التي تقطعها النقطة بعد (٥) ثوانٍ من بدء الحركة علماً بأنها ابتدأت حركتها من نقطة الأصل.

الذخيرة في الرياضيات

س٣) (أ) إذا كان $\forall س \in [0,1]$ $\quad 1 \leq ق(س) + 1 \leq 16$ ، $ق(س) > 0$

وكان $(م+2) \leq \int_{1}^{0} ق(س)\, د س \leq (ن+3)$

جد قيمة م ، ن .

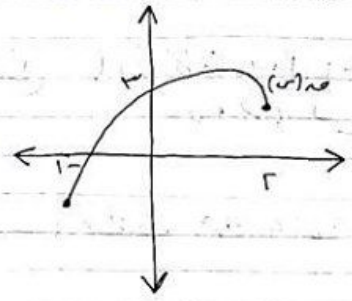
(ب) دون إجراء التكامل ، جد قيم م ، ن حيث :

$$(م-4) < \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{6 - 5 جا^2 س}\, د س < (ن+3)$$

(جـ) أثبت أن $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{12}{جا^2 س + 2}\, د س < \frac{3\pi}{4}$.

(د) الشكل المجاور يمثل منحنى $ق(س)$ المعرف على الفترة $[-1, 2]$ ، جد قيمة م ، ن ، إذا علمت أن

$م \leq \int_{-1}^{2} (2ق(س) + 3)\, د س \leq (ن+1)$.



٤ س)

(١) اذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص من
عند (س، ص) يساوي $\frac{هـ^{ص}}{\sqrt[٣]{٣س+١}}$ ، اكتب قاعدة
الاقتران (العلاقة) عند النقطة (٠،٠).

(٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند
(س، ص) يساوي $\frac{\sqrt{هـ^{س}}}{١-جتا^{٢}س}$ جد قاعدة العلاقة
ص، علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{٤}، ٠)$.

(٣) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة
(س، ص) يساوي $\frac{جا^{٤}س}{جتا^{٢}س}$ جد قاعدة العلاقة ص،
علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (٠، ١).

(٤) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة
(س، ص) يساوي $\frac{١+لوهـ س}{هـ+س لوهـ س}$ جد قاعدة
العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (١، ٢).

الذخيرة في الرياضيات

(أ) إذا علمت أن $\int_{1}^{هـ} \frac{٤هـ^{٢}+١}{٢س}$ س = لو$_{هـ}$ س ،

فجد $\int_{1}^{هـ}$ س^{٤} (لو$_{هـ}$ س)^{٢} س .

(ب) إذا كان $\int_{1}^{هـ}$ لو$_{هـ}$ س س = $\int_{ب}^{\pi}$ (P + جا س) س

فجد قيمة الثابت P .

(جـ) إذا كان $\int_{ب}^{\frac{\pi}{٢}}$ س جا س س = $\int_{ج}^{٠}$ (P س^{٢} + ٢س) س أوجد P

(د) إذا كان $\int_{-١}^{١}$ ٢ ق(س) س = ١٠ فجد $\int_{٢}^{٤}$ (ق(س-٣) + س) س

(هـ) إذا علمت أن $\int_{-١}^{٤}$ (٣ ق(س) − ٤) س = ٨

وأن $\int_{٥}^{٦}$ ٢ ق(س-٢) س = ٣ فجد

$\int_{-١}^{٥}$ $\left(\frac{ق(س)}{٢} + |س - ٧|\right)$ س .

(و) اذا كان ق(س) اقترانا متصلا على الفترة [٥، ١]

وكان م(س) اقتران اصلي (بدائي) للاقتران ق(س)

حيث ٢م(٥) − م(١) = $\frac{٧\pi}{٢}$

وكان $\int_{١}^{٣}$ ق(س) س + $\int_{٥}^{٣}$ (ق(س) + P) س = $\int_{ب}^{\pi}$ جتا س س

فجد قيمة P .

(٦) جد المساحة المحصورة بين :

$ص = س^2$ ، $ص = \sqrt{س}$ ، $س = \frac{1}{4}$ ، $س = 1$

(٧) جد المساحة المحصورة بين :

$ص = 2 + |س - 1|$ ، $ص = -\frac{1}{5}س + 7$.

(٨) اذا كان $ص = ك$ يقسم المنطقة المغلقة بين

$ص = س^2$ ، $ص = 9$ إلى قسمين متساويين

فأوجد قيمة ك .

(٩) اذا كانت المساحة المحصورة بين منحنى $هـ(س) = \sqrt{4س}$ ،

$هـ(س) = \frac{1}{4}س^2$ تساوي ١٢ وحدة مساحة

حيث $ب$ عدد موجب ، فما قيمة الثابت $ب$.

(١٠) اذا كانت المساحة المحصورة بين محور السينات ومنحنى

$ص = س^2$ ، $ص = \frac{1}{س}$ والمستقيم $س = ب$

تساوي $\frac{3}{2}$ حيث $ب > 1$ ، أوجد قيمة $ب$ ؟

(١١) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ص = جا س$

والقطعة العاملة بين النقطتين $(0, 0)$ ، $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$.

(١٢) أوجد قيمة ك حيث $س = ك$ يقسم المنطقة المحصورة

بين $س = \sqrt{ص}$ ، $س = 2$ ، $ص = 0$ إلى قسمين متساويين .

التكاملات غير المحددة

س٧) أوجد ما يلي:

* إذا كان $\int_{-1}^{3} (3س^2 - ك) دس = 10$ فأوجد قيمة ك

* إذا كان $\int_{-2}^{1} (2 + هـ(س)) دس = 15$ فأوجد $\int_{1}^{2} هـ(س) دس$

* إذا كان $\int_{0}^{ب} (2س + ب) دس = 12$ أثبت أن $\frac{ب}{ج} = \frac{1}{4}$.

س٨) أوجد قيمة ص في كل مما يأتي:

① $ص = \int (س^2 + 3جتا س) دس$.

② $ص = \int \frac{1}{س^2 + 1} دس$.

س٩) الجدول المجاور يبين بيانات مبينة في الجدول المجاور

هـ(٥)	هـ(١٠)	هـ(١٥)	هـ(٢٠)
٧	١١	٦	٩

أوجد $\int_{0}^{20} هـ(س) دس$.

الذهبية في الرياضيات

س١٠) ⓐ إذا كان $\int_{-1}^{2} |س-1|\,دس = \frac{ج}{2}$ فجد قيمة الثابت ج

ⓑ إذا كان $\int_{1}^{ب} [\frac{1}{2}س+1]\,دس = 8$

فأوجد قيمة ب

ⓒ اذا كان $\int_{ج}^{1} [\frac{س}{2}+3]\,دس = -22$

فجد قيمة ج

ⓓ اذا كان $ق(س) = \begin{cases} 4س-3+|2س-3| & ، س \geq 2 \\ \frac{ق}{2}س+2 & ، س < 2 \end{cases}$

وكان $\int_{1}^{3} ق(س)\,دس = \int_{ق}^{3} ق(س)\,دس$ فجد قيمة ق ، حيث ق ≠ 2.

ⓗ اذا كان $\int_{1}^{ق} س\,ق(س-1)\,دس = \int_{1}^{3} \frac{1}{2}ق(1)\,دس$ ، ق > 2.

فجد قيمة ق .

ⓘ إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقية ح وكان : $\int_{1}^{2} ق(س)\,دس = 10$ ، $ق(2) = 3$ ، $ق(1) = -1$

فجد قيمة $\int_{1}^{2} (س^3+1)\,ق'(س)\,دس$

السؤال

* ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي :

(1) قيمة التكامل $\int_{1}^{3} 3س^2 \, د س$ =

(أ) ١٨ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) $\frac{2}{3}$ (هـ) $\frac{27}{2}$

(2) $\int_{1}^{3} \frac{3س^4 - 2}{س^2} \, د س$ =

(أ) ١,٥ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٢,٥ (هـ) ٣

(3) إشارة $\int_{0}^{1} \frac{3 - 2س^3}{1 + س^2} \, د س$

(أ) دائماً سالبة (ب) دائماً موجبة (جـ) موجبة أحياناً وسالبة أحياناً

(د) أكبر من أو تساوي صفر (هـ) أقل من أو تساوي صفر .

(4) اذا كان $ق(س) \leq 5$ لكل $س \in [1, 3]$ فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{1}^{3} (2 ق(س) + 1) \, د س$ هي :

(أ) ١٠ (ب) ١١ (جـ) ٢٢ (د) ١٣ (هـ) ٥ .

(5) إذا كان $\int_{1}^{5} ق(س) \, د س = 6$ ، $\int_{1}^{7} ق(س) \, د س = 13$ أوجد $\int_{5}^{7} 3ق(س) \, د س$

(أ) -١٤ (ب) -٧ (جـ) ١٩ (د) ٣٨ (هـ) ٧

(6) اذا كان $\int_{0}^{ب} 3س^2 \, د س = \frac{8}{3}$ ، جد ب

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) $\frac{4}{3}$ (د) $\sqrt[3]{4}$ (هـ) $\frac{1}{2}$

(٧) إذا كان $\int_{1}^{2} هـ(س)\,د س = ٤$ ، وكان $\int_{1}^{4} هـ(س)\,د س = ١٢$

ما قيمة $\int_{2}^{4} هـ(س)\,د س$

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) -٢ (هـ) ٤

(٨) إذا كان هـ متصلاً للتكامل على $[أ، ب]$ وكان $\int_{أ}^{ب} هـ(س)\,د س = ٢$

فإن $\int_{ب}^{أ} ٥\,هـ(س)\,د س =$

(أ) -١٠ (ب) ١٠ (جـ) $١٠(ب-أ)$ (د) $١٠(أ-ب)$ (هـ) $٥(أ-ب)$

(٩) إذا دلتا كان على التجزئة المنتظمة للفترة $[١، ٢]$ وهي

$\{١، ١+ن، ...، ٢\}$ وكان $هـ(س) = ٢ - س$ على $[١، ٢]$

فإن $\lim_{ن \to ∞} م(كان، هـ)$

(أ) $-\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) -٢ (د) ٢ (هـ) ٣

(١٠) إذا كان هـ : $[٣، ٦] \to ح$ كان تجزئة منتظمة للفترة $[٣، ٦]$

بحيث أن $م(كان، هـ) = ٥ + \frac{١}{ن}$ ، أوجد $\int_{٣}^{٦} هـ(س)\,د س$

(أ) ١٥ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) غير ذلك (هـ) لا يمكن إيجاده .

(١١) إذا كان هـ : $[٣، ٥] \to ح$ وكانت $م(كان، هـ) = ٥ + \frac{٣ن + ١}{ن}$

فما قيمة $\int_{٣}^{٥} ٢(هـ(س)+١)\,د س$

(أ) ١٤ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ٢٠ (هـ) لا يمكن إيجاده .

(١٢) إذا كان هـ : [٢، ٧] ← ح وكان ك تجزئة منتظمة للفترة [٢، ٧] وكانت $\underset{\text{ن}\to\infty}{\text{نهـ}}$ م (ك، هـ) = ٤ فما قيمة $\int_{٢}^{٧}$ هـ(س) دس

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) -٤ (د) -٥ (هـ) غير ذلك.

(١٣) إذا كان هـ(س) = ٢س ، س ∈ [٠، ٣] وكانت م (ك، هـ) عبارة عن مجموع ريمان للاقتران هـ بالنسبة للتجزئة المنتظمة للفترة [٠، ٣] فإن $\underset{\text{ن}\to\infty}{\text{نهـ}}$ م (ك، هـ) =

(أ) ٦ (ب) ٩ (جـ) -٩ (د) ١٨ (هـ) ٣

(١٤) إذا كان م (ك، هـ) تمثل مجموع ريمان للاقتران هـ بالنسبة للتجزئة المنتظمة ك على [١، ٥] وكان $\int_{١}^{١٢}$ (هـ(س) + ١) دس = ١٢

فإن $\underset{\text{ن}\to\infty}{\text{نهـ}}$ م (ك، هـ) =

(أ) ٧ (ب) ١١ (جـ) ١٢ (د) ٨ (هـ) ٤.

(١٥) إذا كان هـ اقتراناً قابلاً للتكامل وكان هـ(س) ≥ ٨ لكل س ∈ [١، ٣] فإن أصغر قيمة للمقدار $\int_{٣}^{١}$ هـ(س) دس تساوي

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦ (هـ) ٢٤ .

(١٦) أوجد $\int_{٠}^{٣}$ [٥ - ٢س] دس

(أ) ٥ (ب) -٦ (جـ) -٣ (د) ٣ (هـ) -٥ .

(١٧) $\int_{1}^{2} [\frac{1}{2}س] \, دس =$

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) ١ (هـ) غير ذلك .

(١٨) إذا كان $ت(س) = \int_{س}^{٢} هـ(ص) \, دص = ٢جتا س - ٢$
وكان هـ(ص) متصلاً أوجد هـ($\frac{\pi}{2}$) .

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $-\frac{\sqrt{٣}}{2}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $-\sqrt{٣}$ (هـ) $\sqrt{٣}+١$

(١٩) إذا كان $\int_{٠}^{س} هـ(ص) \, دص = \frac{١}{٣}س^{٣} + جتا س$ أوجد هـ(٠)

(أ) ٢ (ب) صفر (جـ) ١ (د) $\frac{١}{2}$ (هـ) غير ذلك .

(٢٠) إذا كان $ت : [-١، ٥] \to ح$ ، $ت(س) = \int_{١}^{س} \sqrt{٣ع^{٢}+١} \, دع$
فإن $ت'(٢)$

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) $\frac{٣}{2}\sqrt{١٣}$ (د) ٩ (هـ) غير ذلك .

(٢١) إذا كان الاقتران المكامل للاقتران المتصل هـ على [١، ٧] هو
$ت(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} + ٢س - ٣$ فإن $\int_{١}^{٧} هـ(س) \, دس$ يساوي

(أ) ٦ (ب) ٥ (جـ) $\frac{١١}{٣}$ (د) ٣ (هـ) $\frac{٤}{٣}$

(٢٢) إذا كان $ت(س) = س^{٢} + ٥س + جـ$ هو الاقتران المكامل للاقتران
هـ(س) على الفترة [١، ٣] فإن جـ تساوي

(أ) -٦ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) -١٤ (هـ) غير ذلك .

(٣٣) اذا كان هـ(س) متصلاً في الفترة [-١، ٦] وكان اقترانه الدخيل ت(س) = $\int_{-١}^{س}$ هـ(ص) د ص = $س^{٣} + ٩س + ٦$ حيث أ ثابت، وكان هـ(١) = ٨ فأوجد قيمة أ

(أ) -٥ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٨ (هـ) -٧

(٣٤) اذا كان ت(س) = $\begin{cases} أس^{٣} & ، ٠ \le س < ٢ \\ س + ٤ & ، ٢ < س \le ٦ \end{cases}$

هو الاقتران الدخيل للاقتران هـ(س) في الفترة [٠، ٦] فجد قيمة أ

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) ٢ (هـ) ٨

(٣٥) اذا كانت ك١ = {أ، ٢، ... ، ٣، ب} تجزئة منتظمة على الفترة [أ، ب] فإن ب تساوي:

(أ) ٢ (ب) ٤,٥ (جـ) ٥ (د) ٥,٥

(٣٦) اذا كان $\int_{٣}^{٨}$ هـ(س) د س = $\int_{٣}^{٨}$ هـ(س - ٥) د س فإن جـ =

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١٢ (د) -٢ (هـ) ٢

(٣٧) اذا كان $\int_{١}^{٤}$ هـ(س) د س = $\int_{٤}^{٧}$ هـ(س + جـ) د س فإن قيمة جـ =

(أ) صفر (ب) -٣ (جـ) ٦ (د) ٧ (هـ) ٣

(٣٨) اذا كان هـ(س) = $هـ^{س}$ + ٦أ لو$_{هـ}$ س + $\frac{١ + ٢س^{٣}}{س}$ د س وكان هـ(١) = ٠

أوجد أ، أ ≠ ٠.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) لو$_{هـ}$ ٢ (د) لو$_{هـ}$ ٣ (هـ) غير ذلك.

(٣٤) قيمة $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{9 + 6x - x^2}}\, dx$

(أ) ٣ (ب) $-\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) $-\frac{1}{3}$

(٣٥) مرافعة العدد المركب ω^3 هو :

(أ) -1 (ب) $-\omega$ (جـ) ω (د) ١

(٣٦) المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية والتي أحد جذريها العدد المركب $(1+\omega)$ هي :

(أ) $s^2 = 2(s-1)$ (ب) $s^2 = -2(s+1)$ (جـ) $s^2 = -1$ (د) $s^2 = +1$

(٣٧) إذا كانت $\omega^3 = -1$ فإن قيمة ω^{3n+1} (حيث n عدد صحيح موجب) تساوي :

(أ) -1 (ب) ١ (جـ) $-\omega$ (د) ω .

(٣٨) إذا كان 2ω أحد جذور المعادلة
$k s^3 + 5s^2 + 8s + 2 = 0$ فإن قيمة k هي :

(أ) -8 (ب) -2 (جـ) ٢ (د) ٨

(٣٩) إذا كانت $\int_{-2}^{2} f(x)\, dx$ تجزئة منتظمة للفترة $[-2, 2]$ وكان المحصور السابع فيها يساوي ١٠ فإن قيمة b تساوي :

(أ) ١٤ (ب) $\frac{11}{5}$ (جـ) ١٠ (د) ١٨ (هـ) لا يمكن

(٣٠) إذا كان العنصر السادس في التجزئة المنتظمة للفترة $[-٣، ٣]$ هو $\frac{١}{٢}$ فما عدد عناصر التجزئة ؟

(أ) ٩ (ب) ١٣ (ج) ١٢ (د) ١١ (هـ) ١٠

(٣١) إذا كانت $س_{ن}$ تجزئة للفترة $[-١، ٥]$ وكانت $[س_{ن-١}، س_{ن}]$ تمثل الفترة الجزئية الرابعة فما قيمة $\sum_{ن=١}^{٥} (س_{ن} - س_{ن-١})$

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$ (هـ) غير ذلك

(٣٢) إذا كان $و$ اقترانًا قابلًا للتكامل على $[-٢، ٣]$ ، كان تجزئة منتظمة للفترة $[-٢، ٣]$ وكان $م(س_{ن}، ق)$ عندما $س_{ن} = س_{ن-١}$ هو $\frac{٣}{٤} \div \frac{٥ - ٥}{١ - ٣}$ ، وكان $م(س_{ن}، ق)$ عندما $س_{ن} = س_{ن-١}$ هو $\frac{٣}{٤} - \frac{٥ - ٥}{١ - ٣}$ فما قيمة $\int_{-٢}^{٣} و(س)\, د س$ ؟

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٣٧}{١٢}$ (ج) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{١}{١٢}$ (هـ) غير ذلك.

(٣٣) إذا كان $و$ قابلًا للتكامل على $[٢، ٧]$ فما قيمة $\int_{٢}^{٧} و(س)\, د س$ ؟

(أ) ٥ (ب) غير ذلك (ج) $٥ و(س)$ (د) ٧ (هـ) يزداد.

(٣٧) قيمة $\int_{1}^{3} \frac{(س^2-2)^2-4}{س^2}$ دس تساوي

(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) $-\frac{2}{3}$ (جـ) $-\frac{4}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$

(٣٨) حل المعادلة التفاضلية ظا س دص = ٣ ص - ٥ جتا س هو

(أ) ص = $\frac{1}{3}$ (ظا س + ٢ س) + جـ (ب) ص = $\frac{1}{3}$ ق٣ س + جـ

(جـ) ص = $\frac{1}{3}$ ظا س + جـ (د) ص = $\frac{1}{3}$ (ق٣ س + ٢ س) + جـ

(٣٩) إذا كان $\int_{1}^{2} ه(س)$ دس = هـ^س - ٥ جتا س فإن $\frac{ق(\frac{\pi}{4})}{ق(\frac{\pi}{2})}$ تساوي

(أ) ٣ (ب) $-\frac{1}{3}$ (جـ) ١ (د) -٣

(٤٠) إذا كان م(س) اقتراناً أصلياً للاقتران ه المعرف على $[-1, 3]$

وكان م(-١) = ٢ ، م(٤) = -٣

فما قيمة $\int_{-1}^{4} (\frac{1}{5} - \frac{1}{5} ه(س))$ دس ؟

(أ) -١ (ب) ٣ (جـ) -٦ (د) ٦ (هـ) ٤

(٤١) قيمة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{٣ + ٣ ظتا^2 س}{ظتا س}$ دس تساوي:

(أ) -٣ لو$_{\frac{1}{3}}$ $\frac{1}{3}$ (ب) لو$_{\frac{1}{3}}$ $\frac{1}{3}$ (جـ) ٣ لو$_{\frac{1}{3}}$ $\frac{1}{3}$ (د) $-$ لو$_{\frac{1}{3}}$ $\frac{1}{3}$.

س١٢) أوجد حل المعادلات التفاضلية الآتية:

① $\frac{ص}{س} = \frac{٦س^{٥} - ٣س + ١}{ص جتا ص + هـ^{ص}}$

② $ص جتا ص + ص هـ^{جتا ص} جا س جتا س = ٠$

③ $(١ + ص^{٢})\, ص' = هـ^{ص}$.

④ $ص' = \frac{ص^{٢}}{س(١ + ص^{٤})}$

⑤ $ص' = ٤ ص^{٢} ظا^{٢} ٢س$ ، حيث $ص = ١$ عندما $س = \frac{\pi}{٨}$

س١٣) المساحة :

① أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين $ص(س) = س^{٣}$ ،
$ص(س) = -٣س$ ، والمستقيم $ص = -٨$

② أوجد المساحة المغلقة المحصورة بين $ص = جا س$ ،
والمستقيم $ص + ٣س = ٠$ ، $ص = ٢$.

③* أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ص(س) = س^{٣} - ٣س$
والمستقيم المار بالنقطتين $(٠،٠)$ ، $(٤،٨)$ وحدد الميزان

④ أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين : $ص = هـ^{س}$ ، $ص = ٣س$ ،
$ص = هـ$ ، وحدد الصادات ، حيث $هـ$ العدد النيبري.

⑤ أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات الآتية :
$ص(س) = لو س$ ، $ل(س) = ٣$ ، وحدد الإحداثيات .

(٦) جد المساحة المحصورة بين :

$ص = س^2$ ، $ص = \sqrt{س}$ ، $س = \frac{1}{4}$ ، $س = 1$

(٧) جد المساحة المحصورة بين :

$ص = 2 + |س - 1|$ ، $ص = -\frac{1}{5}س + 7$.

(٨) اذا كان $ص = ك$ يقسم المنطقة المغلقة بين

$ص = س^2$ ، $ص = 9$ إلى قسمين متساويين

فأوجد قيمة ك .

(٩) اذا كانت المساحة المحصورة بين منحنى $د(س) = \sqrt{3س}$ ،

$د(س) = \frac{1}{3}س^2$ تساوي ١٢ وحدة مساحة

حيث P عدد موجب ، فما قيمة الثابت P .

(١٠) اذا كانت المساحة المحصورة بين محور السينات ومنحنى

$ص = س^2 - 2س$ ، $ص = \frac{1}{س}$ والمستقيم $س = P$

تساوي $\frac{3}{2}$ حيث $P > 1$ ، أوجد قيمة P ؟ .

(١١) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ص = جا س$

والقطعة المستقيمة بين النقطتين $(0,0)$ ، $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$.

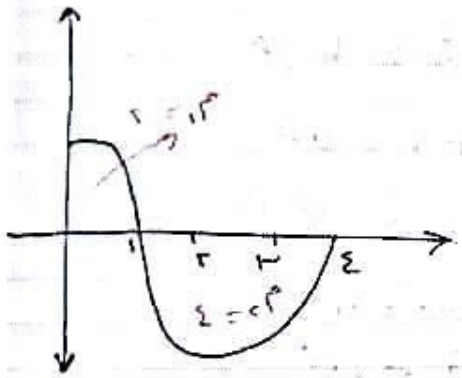
(١٢) أوجد قيمة ك حيث $س = ك$ يقسم المنطقة المحصورة

بين $س = \sqrt{ص}$ ، $س = 2$ ، $ص = 0$ إلى قسمين متساويين .

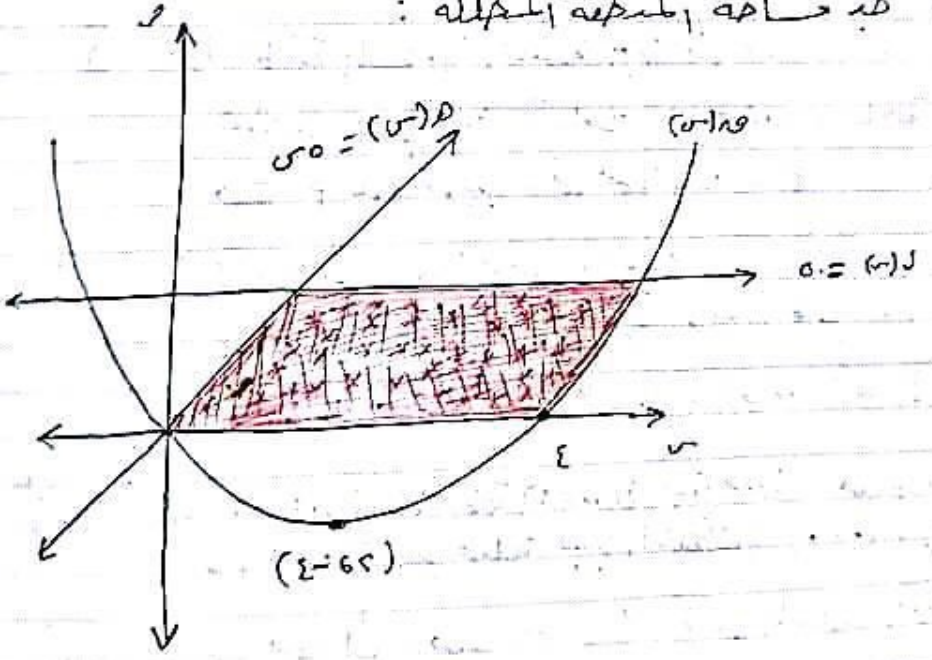
(١٣) اذا كانت المساحة المحصورة بين $ق(س) = س^{٢}$ ، $ل(س) = م$ تساوي ٣٦ وحدة مربعة فجد قيمة م .

(١٤) معتمداً على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى $ق(س)$ المعرف على الفترة $[٠ ، ٤]$ ، إذا كان $\int_{٠}^{٤} (ق(س) - ٢س)\, دس = ٢٠$

فجد قيمة الثابت ج



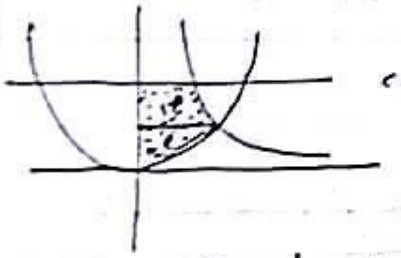
(١٥) جد مساحة المنطقة المظللة :



س١٤) أوجد الحجم الناتج :

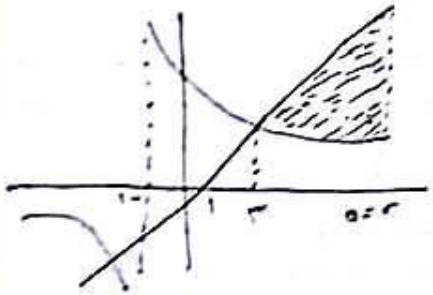
(١) عن دوران المنطقة المحصورة بين ص = س² ، ص = س ، حول محور السينات .

(٢) أوجد الحجم الناتج عن دوران المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين ص = ٢ ومحور الصادات والمنحنى و(س) = هـ^س والمستقيم ه(س) = $\frac{1}{س}$ حول محور الصادات .



(٣) أوجد الحجم الناتج عن دورانه المنطقة المحصورة بين س = هـ^ص ، س = ٤ ، حول محور الصادات .

(٤) اذا كان و(س) = $\frac{٨}{س+١}$ ، ه(س) = س - ١ ، أوجد المساحة المحصورة بين و ، ه ثم أوجد الحجم الناتج عن دورانه المساحة السابقة حول محور السينات .



* ⑤ إذا كان $f(س)$ ، $g(س)$ معرفتين على $[0 ، أ]$ أوجد عددياً مثل P ، حيث $(0 < P < أ)$ بحيث إذا دارت المنطقة الواقعة بينهما في $[0 ، P]$ دورة كاملة حول محور السينات كان حجم الجسم الدوراني الناتج هو $\frac{\pi P^3}{4}$ علماً بأن $f(س) \geq g(س)$ في الفترة $[0 ، P]$.

الإجابة :

$$ح = \pi \int_{0}^{P} ((f(س))^2 - (g(س))^2) \, د س = \frac{\pi P^3}{4}$$

$$\Leftarrow \int_{0}^{P} (س - س^2) \, د س = \frac{P^3}{4}$$

ثم نكمل ... $\Leftarrow$ $\boxed{P = \frac{1}{2}}$

⑥ أوجد الحجم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنى $ص = \sqrt{9 - (س - 1)^2}$ والمستقيمين $س = 0$ ، $س = 3$ دورة كاملة حول محور السينات

الجواب 9π

⑦ ما حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى $ص = هـ^{س^2}$ ومحور الصادات والمستقيم $ص = هـ^2$ حول الصادات .

الحل : $هـ^{س^2} = هـ^2 \Leftarrow س^2 = 2 \Leftarrow س = 1$

$هـ^{0^2} = 1$

$ص = هـ^{س^2} \Leftarrow \ln ص = \ln هـ^{س^2} \Leftarrow \ln ص = س^2 \Leftarrow س = \sqrt{\ln ص}$

$ح = \pi \int_{1}^{هـ^2} (\sqrt{\ln ص})^2 \, د ص = \pi \int_{1}^{هـ^2} \ln ص \, د ص$ ثم أكمل

الإجابة $\frac{\pi}{2}(هـ^2 + 1)$

(٨) أوجد الحجم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين
$ص = \sqrt{جتا س}$ جا س ومحور السينات والمستقيمين
$س = 0$ ، $س = \frac{\pi}{2}$ حول محور السينات

الجواب $\frac{\pi}{3}$

(٩) اذا كان الحجم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين
$ص = \sqrt{3P س}$ ، $ص = 0$ ، $س = P$ ، $س = 3P$ حول محور
السينات يساوي $\frac{12}{5}\pi$ حيث قيمة P . الجواب $P = 1$

---

10 (أ) أوجد الجذور التربيعية للعدد المركب $ع = 3ت$.

(ب) اكتب العدد المركب $\frac{18 + 2ت}{5 - 4ت}$ على الصورة القطبية

(ج) اذا كان $س + صت$ عدداً مركباً وكان
$(س + صت) \cdot (3 - 4ت) = 13$ ، فأثبت أن
$2س = 3ص$.

(د) * حل المعادلة التالية في مجموعة الاعداد المركبة :
$ع^2 = (2 - ت) ع - (3 - ت)$.
* حل المعادلة $3ع^2 - 8ت ع + 3 = 0$.

(هـ) أثبت أن $\frac{(1+ت)^2}{3-ت} - \frac{(1-ت)^2}{3+ت} = \frac{8}{5}ت$.

(ه) تحقق أن $(-٣-ت)$ هو جذر للمعادلة

$ع^{٣}+٤ع^{٢}-٢ع-٥٠=$ صفر . ثم جد باقي الجذور.

(ي) كوّن المعادلة التربيعية التي معاملاتها أعداد حقيقية
وأحد جذريها $ع=-٥-١٢ت$

---

(٦) (م) إذا كان $ه(س)=[س+٢]$ ، $س\in[٠,٣[$
أوجد الاقتران المكامل للاقتران $ه(س)$.

(ب) اذا كان $ت(س)$ هو الاقتران المكامل للاقتران $ه(س)$

وكان $ت(س)=\begin{cases} س^{٢}+٦س & ، ٠\leq س<٢ \\ س+٩ & ، ٢\leq س\leq ٥ \end{cases}$

(١) أوجد $ط$ (٢) أوجد $ه(١)$ (٣) جد $\int_{١}^{٣} ه(س)د س$.

(جـ) اذا كان $ت(س)=\int_{ط}^{س^{٣}} ه(جـ)د جـ = ٢س+جـ$ وكان $ه$ متصلاً

أوجد قيمة الثابت جـ

(د) إذا كان $ه(س)$ متصلاً وكان $ت(س)$ هو الاقتران المكامل للاقتران $ه(س)$ حيث:

$ت(س)=\begin{cases} س^{٣}+٨ & ، ط\leq س\leq ٢ \\ ب س^{٢}+جـ & ، ٢\leq س\leq ٥ \end{cases}$

أوجد $ط$ ، ب ، جـ

الإجابة $ط=-٢$
$ب=٣$ $جـ=٤$